

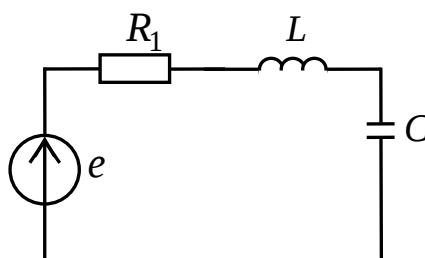
СИНУСОИДАЛДЫ ТОК ТІЗБЕГІНДЕГІ ТОК, КЕРНЕУ ЖӘНЕ ҚУАТ

Жоспар

- 7.1 Тізбектің жалпы комплекстік кедергісі мен өткізгіштігі
- 7.2 Кернеу мен токтың активті және реактивті құраушылары
- 7.3 Синусоидалды ток тізбегіндегі энергия мен қуат

7.1 Тізбектің жалпы комплекстік кедергісі мен өткізгіштігі

7.1-суретінде көрсетілген тізбекті тербелмелі контурды қарастырайық.



7.1-сурет

Электр тізбегінде энергия көзі $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ айнымалы ЭҚК өндіреді, сол себептен ток пайда болады. Кирхгофтың екінші заңы бойынша: лездік шамалар үшін

$$e = u_R + u_L + u_C,$$

комплекстік шамалар үшін

$$\dot{E} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C, \quad (7.1)$$

осы жерде

$$\dot{U}_R = \dot{I}_R \cdot R,$$

$$\dot{U}_L = jX_L \cdot \dot{I}_L,$$

$$\dot{U}_C = -jX_C \cdot \dot{I}_C$$

- контур элементтеріндегі кернеу түсуі.

(7.1) теңдеуі келесі түріне айналады

$$\dot{E} = \dot{I} \cdot (R + j(X_L - X_C)).$$

$x = X_L - X_C$, бұл жерде x - жалпы реактивті кедергі, ал R - активті кедергі. Онда

$$\dot{Z} = R + jx \quad (7.2)$$

- **тізбектің жалпы комплекстік кедергісі**. Активті кедергі әрдайым оң, ал реактивті кез-келген таңбаға ие бола алады.

Егер комплекстік кедергінің құраушыларын комплекстік жазықтықтағы векторлармен бейнелесек, онда активті, реактивті және жалпы кедергі тікбұрышты үшбұрыш құрайды, оны **кедергілер үшбұрышы** деп атаймыз. Осы үшбұрыштың компоненттеріне мына катынастар сәйкес келеді

$$\dot{Z} = \sqrt{R^2 + x^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{x}{R} \quad (7.3)$$

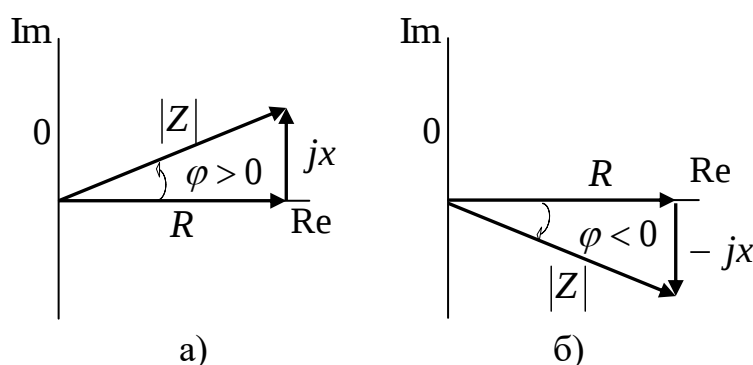
Осы себептен, тізбектегі ток пен кернеу арасындағы фаза ығысуы активті және реактивті кедергілердің қатынасымен анықталады. Активті құраушысы болмаса, фаза ығысуы:

- ✓ $+90^\circ$ - индуктивті сипаттамасында;
- ✓ -90° - реактивті кедергінің сыйымдылықты сипаттамасында болады.

Активті құраушысы болса, сектордың фазалық ығысуы:

- ✓ $0 < \varphi < 90^\circ$ - комплекстік кедергінің активті-индуктивті сипаттамасына (7.2, а-сурет);
- ✓ $0 > \varphi > -90^\circ$ - активті-сыйымдылықты сипаттамасына (7.2, б-сурет) ие болады.

Комплекстік кедергінің реактивті құраушысы болмаса, ток пен кернеу арасындағы фаза ығысуы болмайды, $\varphi = 0$.



7.2-сурет. Кедергілер үшбұрышы

Тізбектегі ток осыған тең болады

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}}.$$

Егер

$$\dot{E} = E_m e^{j\psi_e},$$

$$\dot{Z} = Z_m e^{j\varphi},$$

мұнда E_m, Z_m - амплитудалық шамалар, ψ_e, φ - ЭҚК және жалпы кедергінің бастапқы фазалары. Онда

$$\dot{I} = \frac{E_m e^{j\psi_e}}{Z_m e^{j\varphi}} = \frac{E_m}{Z_m} e^{j(\psi_e - \varphi)}, \quad (7.4)$$

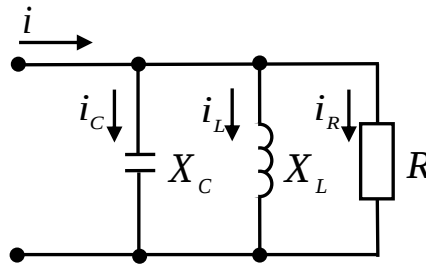
$\dot{I} = I_m e^{j\psi_i}$ болса,

$$I_m = \frac{E_m}{Z_m}, \quad \psi_i = \psi_e - \varphi.$$

Сонда, **кедергінің бастапқы фазасы** сандық түрде тізбектегі ток пен кернеу арасындағы фаза ығысуына тең:

$$\varphi = \psi_e - \psi_i. \quad (7.5)$$

7.3-суретте бейнеленген параллельді жалғанған RLC -тізбекті қарастырайық. Есептеулерді азайту үшін кедергілердің орнына өткізгіштіктерді қолданамыз.



7.3-сурет

$\dot{Z}$ комплексті кедергіге теріс шамасы **жалпы комплекстік өткізгіштік** деп атаймыз

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}}. \quad (7.6)$$

Комплекстік өткізгіштікте g - *активті* және b - *реактивті* құраушылары бар

$$\dot{Y} = g + jb. \quad (7.7)$$

Комплекстік өткізгіштіктің векторлары және оның құраушылары комплекстік жазықтықта тікбұрышты үшбұрыш құрайды, ол **өткізгіштіктер үшбұрышы** деп аталады (7.4-сурет).

Осы үшбұрыштың компоненттеріне мына қатынастар сәйкес келеді:

$$\dot{Y} = \sqrt{g^2 + b^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{b}{g} \quad (7.8)$$

Тізбек активті-индуктивті сипаттамасына ие болса - $\dot{Z} = R + jX_L$, онда

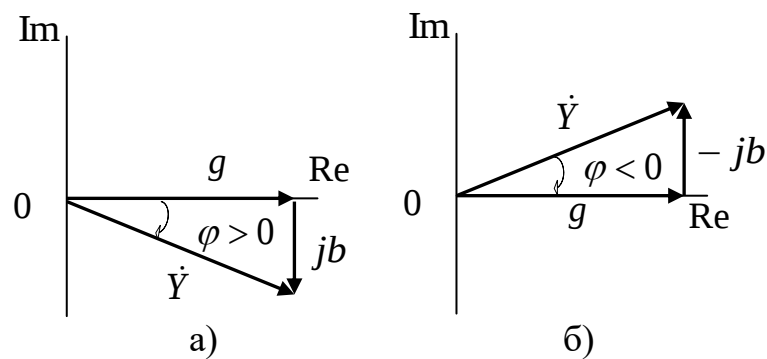
$$\dot{Y} = \frac{1}{R + jX_L} = \frac{R - jX_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{R}{|Z|^2} - j \frac{X_L}{|Z|^2} = g - jb_L, \quad (7.9)$$

осы жерде *активті өткізгіштік*

$$g = \frac{R}{|Z|^2}, \quad (7.10)$$

ал *реактивті индуктивті өткізгіштік*

$$b_L = -\frac{X_L}{|Z|^2}. \quad (7.11)$$



7.4-сурет. Өткізгіштіктер үшбұрышы

Тізбек активті-сыйымдылықты сипаттамасына ие болса $\dot{Z} = R - jX_C$, онда

$$\dot{Y} = \frac{1}{R - jX_C} = \frac{R + jX_C}{R^2 + X_C^2} = \frac{R}{|Z|^2} + j \frac{X_C}{|Z|^2} = g + jb_C, \quad (7.12)$$

осы жерде активті өткізгіштік (7.10) формуласымен анықталады, ал *реактивті индуктивті өткізгіштік*

$$b_C = \frac{X_C}{|Z|^2}. \quad (7.13)$$

Осылайша, жалпы комплексті өткізгіштіктің жорамал бөлігі сыйымдылықты тізбек үшін оң және индуктивті тізбек үшін теріс болып келеді.

1.2 Ток пен кернеудің активті және реактивті құраушылары

Әртүрлі пассивті элементтерден құрылған тізбек үшін Ом заңын комплекстік түрінде жазайық:

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \dot{Z} = \dot{I} \cdot (R + jX) = \dot{I} \cdot R + \dot{I} \cdot jX = \dot{U}_A + \dot{U}_P,$$

мұнда $\dot{U}_A$, $\dot{U}_P$ - комплекстік кернеулер.

Комплекстік активті кернеу

$$\dot{U}_A = \dot{I}R \quad (7.14)$$

ток векторының бағытымен сәйкес келеді.

Комплекстік реактивті кернеу

$$\dot{U}_P = \dot{I} \cdot jX \quad (7.15)$$

ток векторына перпендикуляр орналасқан. **Активті кернеу** - активті кедергідегі кернеуге, ал **реактивті** – реактивті кедергідегі кернеуге сәйкес келеді.

Комплекстік кернеудің құраушыларына мына қатынастар белгілі:

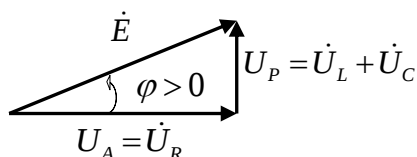
$$\dot{U} = U_A + jU_P; \quad (7.16)$$

$$U_A = U \cos \varphi; \quad U_P = U \sin \varphi; \quad (7.17)$$

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_P^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{U_P}{U_A}, \quad (7.18)$$

осы жағдайда активті кернеу тек қана оң бола алады, ал **реактивті кернеудің** таңбасы фазалық ығысудың φ таңбасымен анықталады.

*Комплекстік жазықтықта активті және реактивті құраушыларымен бірге кернеу векторы тікбұрышты үшбұрыш құрайды, ол **кернеулер үшбұрышы** деп аталады (7.5-сурет).*



$$\dot{U}_R = \dot{I}R, \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}, \dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

7.5-сурет. Тізбектей жалғанған RLC -тізбегі үшін кернеулер үшбұрышы

Ом заңын комплекстік өткізгіштік арқылы жазайық

$$\dot{I} = \dot{U} \cdot \dot{Y} = \dot{U} \cdot (g - jb) = \dot{I}_A + \dot{I}_P,$$

бұл жерде $\dot{I}_A$, $\dot{I}_P$ - комплекстік токтар.

Комплекстік активті ток

$$\dot{I}_A = \dot{U}g \quad (7.19)$$

кернеу векторының бағытымен сәйкес келеді.

Комплекстік реактивті ток

$$\dot{I}_P = -jb \cdot \dot{U} \quad (7.20)$$

ток векторына перпендикуляр орналасқан. **Активті ток** активті өткізгіштігі бар элемент арқылы өтетін тоғына, ал **реактивті** – реактивті өткізгіштігі бар элемент арқылы өтетін тоғына сәйкес келеді.

Комплекстік токтың құраушыларына келесі қатынастар белгілі:

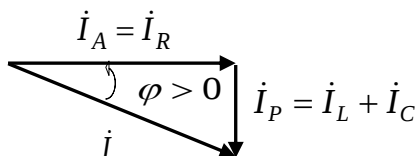
$$\dot{I} = \dot{I}_A + j \dot{I}_P; \quad (7.21)$$

$$I_A = I \cos \varphi; \quad I_P = I \sin \varphi; \quad (7.22)$$

$$I = \sqrt{I_A^2 + I_P^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{I_P}{I_A}, \quad (7.23)$$

осы жағдайда активті ток тек қана оң бола алады, ал *реактивті токтың таңбасы фазалық ығысудың φ таңбасымен анықталады.*

*Комплекстік жазықтықта активті және реактивті құраушыларымен бірге ток векторы тікбұрышты үшбұрыш құрайды, ол **токтар үшбұрышы** деп аталады.*



$$\dot{I}_P = \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} + j\omega C\dot{U} = \dot{Y}\dot{U}$$

7.6- сурет. Параллельді жалғанған RLC -тізбегі үшін токтар үшбұрышы

7.3 Синусоидалды ток тізбектеріндегі энергия мен қуат

Электрлік тізбек бойымен энергия жеткізуі (мысалы, электр желісімен), энергия шашырауы (электрмагнитті энергияның жылулық энергиясына ауысу) және энергия түрленуінің басқа да әдістері өтетін процестің қарқындылығымен сипатталады, яғни уақыт бірлігінде желі арқылы қанша

энергия жеткізіледі және уақыт бірлігінде қанша энергия шашырайды. Жеткізу қарқындылығы немесе энергия түрленуі p **қуат** деп аталады

$$p = \frac{dW}{dt}.$$

Электр тізбектерінде *ток пен кернеу арқылы лездік қуатты* анықтайды

$$p = u \cdot i. \quad (7.24)$$

Энергия көздері жоқ еркін сызықты екіполюстікті қарастырайық. Екіполюстіктің ұштарындағы кернеу мен ток гармоникалық заңға сәйкес өзгереді

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (7.25)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (7.26)$$

Өсерлік шамалар арқылы (7.25) және (7.26) формулаларын жазамыз:

$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_u), \quad (7.27)$$

$$i = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_i). \quad (7.28)$$

(7.27) және (7.28) формулаларын (7.26) формуласына қойған кезінде

$$p = UI \cos(\psi_u - \psi_i) - UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i), \quad (7.29)$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i,$$

мұнда φ - *ток пен кернеу арасындағы фаза ығысуы*. Сонда период ішіндегі лездік қуаттың орташа мәні

$$p_{\text{орт}} = \frac{1}{T} \int_0^T p = UI \cos(\varphi). \quad (7.30)$$

(7.30) *период ішіндегі екіполюстікке түскен энергияның орташа жылдамдығын сипаттайды, сондықтан осы шама **активті қуат**:*

$$P = UI \cos(\varphi). \quad (7.31)$$

Егер $P > 0$ - *екіполюстік энергия қабылдайды*; $P < 0$ - *екіполюстік тізбектің басқа бөліктеріне энергияны береді*. Өлшем бірлігі [Вт]. Бұл R активті кедергіде бөлінетін қуат

$$P = I^2 R. \quad (7.32)$$

*Тізбек және энергия көзі арасындағы энергия алмасу процестерін сипаттайтын және сандық түрде тізбектегі энергия сақталудың максималды жылдамдығына тең **тізбектің реактивті қуаты** болады*

$$Q = UI \sin(\varphi). \quad (7.33)$$

Егер $Q > 0$ - энергия тізбектің магнит өрісінде жинақталады; $Q < 0$ - энергия тізбектің электр өрісінде жинақталады; $Q = 0$ - тізбекте энергия көзімен энергия алмасуы жоқ. Өлшем бірлігі [ВАр].

***Магнит және электр өрістерінің энергиялары** төмендегідей анықталады:*

$$\begin{aligned} W_M &= \frac{LI_m^2}{2}; \\ W_C &= \frac{CU_m^2}{2}, \end{aligned} \quad (7.34)$$

мұнда L - катушканың индуктивтілігі, C - конденсатордың сыйымдылығы. Индуктивті және сыйымдылықты элементтердегі реактивті қуат келесі шамалар арқылы анықталады

$$Q_L = I^2 X_L = I^2 \cdot \omega L, \quad (7.35)$$

$$Q_C = I^2 X_C = I^2 \cdot \frac{1}{\omega C}, \quad (7.36)$$

*мұнда ω - айнымалы токтың циклдық жиілігі. Жалпы тізбек үшін **реактивті қуат** осыған тең*

$$Q = Q_L - Q_C = I^2 (X_L - X_C) = I^2 \cdot x. \quad (7.37)$$

***Жалпы қуат** дегеніміз $\varphi = 0$ кезіндегі активті қуаттың ең жоғары мүмкін болатын шамасы*

$$S = UI. \quad (7.38)$$

***S жалпы қуаты** деп, тізбек ұштарындағы ток пен кернеудің әсерлік мәндерінің көбейтіндісін айтамыз. Өлшем бірлігі [ВА].*

Жалпы, активті және реактивті қуаттар бір-бірімен мынадай қатынаста болады

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (7.39)$$

Жалпы қуат комплекстік түрінде төмендегідей жазылады

$$\dot{S} = P + jQ. \quad (7.40)$$

*Комплекстік жазықтықта жалпы қуат векторымен бірге активті және реактивті құраушылар тікбұрышты үшбұрыш құрайды, ол **қуаттар үшбұрышы** деп аталады.*

Электртехникалық құралдардың маңызды сипаттамасы ретінде **қуат коэффициенті** алынады

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{P}{S}. \quad (7.41)$$

Бақылау сұрақтары

1. Тізбектің жалпы комплекстік кедергісі мен өткізгіштігінің формулаларын жазыңыз.
2. Кернеу мен токтың активті және реактивті құраушыларына сипаттама беріңіз.
3. Тізбектегі энергия мен қуат түсініктеріне анықтама беріңіз.

